

Devlerin Savaşı - Mersenne vs. Fermat

Ders: Matematik

Süre: 40 Dakika

Sınıf: 10. Sınıf

Materyal: Hesap Makineleri (Telefon veya bilimsel hesap makinesi)

Konu: Asal Sayı Formları ve Üslü Sayılar

1. Giriş: Formüllerin Savaşı (5 dk)

- **Öğretmen:** Tahtayı dikey bir çizgiyle ikiye böler.
 - Sol taraf: **Takım Mersenne** ($M_n = 2^n - 1$)
 - Sağ taraf: **Takım Fermat** ($F_n = 2^{2^n} + 1$)
- **Açıklama:** "Tarihte iki büyük matematikçi, asal sayı üretmek için makineler (formüller) geliştirmeye çalıştı. Bakalım hangisinin makinesi hatasız çalışıyor?"

2. İnceleme ve Hesaplama (20 dk)

- Sınıf iki büyük gruba ayrılır.
- **Mersenne Grubu Görevi:** n yerine **asal sayılar** koyarak sonucu test ederler.
 - $n = 2 \rightarrow 2^2 - 1 = 3$ (Asal ✓)
 - $n = 3 \rightarrow 2^3 - 1 = 7$ (Asal ✓)
 - $n = 5 \rightarrow 2^5 - 1 = 31$ (Asal ✓)
 - $n = 7 \rightarrow 2^7 - 1 = 127$ (Asal ✓)
 - **Kritik An:** $n = 11 \rightarrow 2^{11} - 1 = 2047$. (Öğrenciler bunun asal olduğunu sanabilir. Öğretmen: "23'e bölünür mü bir bakın?" der. 23×89 Asal Değil ✗)
- **Fermat Grubu Görevi:** n yerine sırayla doğal sayılar koyarlar.
 - $n = 0 \rightarrow 3$ (Asal ✓)
 - $n = 1 \rightarrow 5$ (Asal ✓)
 - $n = 2 \rightarrow 17$ (Asal ✓)
 - $n = 3 \rightarrow 257$ (Asal ✓)
 - $n = 4 \rightarrow 65537$ (Asal ✓)
 - **Kritik An:** $n = 5 \rightarrow 4.294.967.297$ (Fermat bunun asal olduğunu iddia etti. Euler yaklaşık 100 yıl sonra bunun 641'e bölündüğünü buldu. Asal Değil ✗)

3. Analiz (10 dk)

- Öğrencilere şu gerçek açıklanır: "Fermat Asalları $n=4$ 'ten sonra bir daha hiç bulunamadı. Hepsi bileşik çıktı."
- "Mersenne Asalları ise çok nadirdir ama hala en büyük asal sayılar bu yöntemle bulunur."
- **Ana Fikir:** Matematikte "İlk 5 örnek doğruysa hepsi doğrudur" diyemeyiz. Örüntüler bozulabilir.

4. Kapanış (5 dk)

- Bugün bilinen en büyük asal sayının bir Mersenne Asalı olduğu bilgisi verilir.